

## **Лекция 2**

**Растяжение и сжатие. Деформации**

**Коэффициент Пуассона**

**Связь напряжений и деформаций. Закон Гука**

**Расчеты на прочность при растяжении**

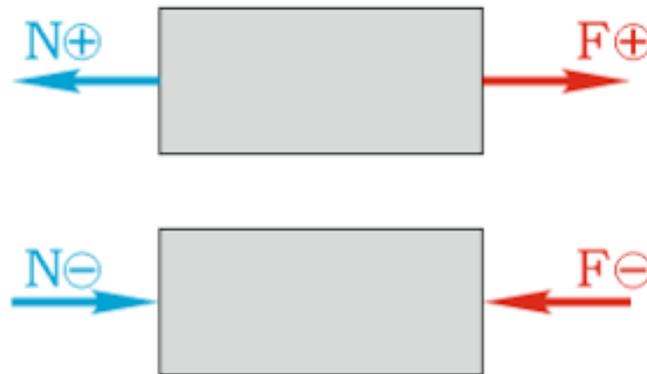
**Допускаемые напряжения**

## РАСТЯЖЕНИЕ и СЖАТИЕ

Растяжение (сжатие) – вид деформации, при котором продольное усилие  $N$  не равно нулю одно.

Растяжение возникает, если противоположно направленные силы приложены вдоль оси стержня.

Растягивающие **ПРОДОЛЬНЫЕ СИЛЫ** принято считать **положительными**, а **сжимающие** – **отрицательными**.



Стержень – брус, работающий **на растяжение или сжатие**. Для определения опасного участка строят эпюры внутренних усилий и напряжений.

**Эпюра** – график, изображающий закон изменения внутренних усилий или напряжений по длине бруса, а также напряжений по поперечному сечению бруса.

Из 1-й лекции:

## Перемещения и деформации

**Перемещение** – изменение положения в пространстве точки или поперечного сечения.

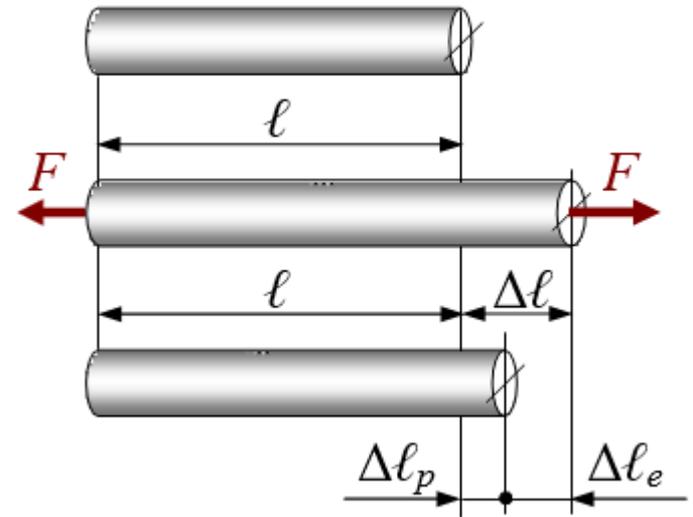
**Деформация** – изменение формы и размеров тела под действием приложенных сил.

**Упругая деформация**  $\Delta l_e$  - деформация, исчезающая после снятия нагрузки

**Пластическая деформация**  $\Delta l_p$  – деформация, остающаяся после снятия нагрузки

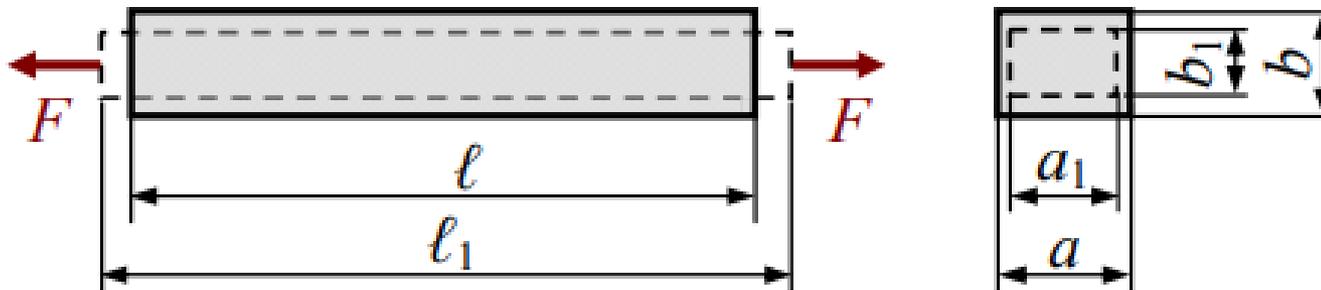
**Деформация абсолютная (полная)** –

$$\Delta l = \Delta l_e + \Delta l_p$$



Составляющие деформации растяжения

При растяжении стержня происходит увеличение его длины и уменьшение поперечных размеров



Деформация абсолютная (полная)  $\Delta l$

Деформация относительная

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a} = \frac{a_1 - a}{a} (< 0)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b_1 - b}{b} (< 0)$$

Коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона) – абсолютная величина отношения поперечной относительной деформации к продольной (упругая постоянная материала)

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \right| = \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} \right|$$

$\mu \approx 0$  – кора пробкового дерева, **min**

$\mu \approx 0,28$  – сталь

$\mu \approx 0,5$  – каучук, парафин, **max**

## СВЯЗЬ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ

На основании гипотезы Бернулли (плоских сечений) и принципа Сен-Венана (о равномерном распределении напряжений по сечению) внутренние усилия:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA; \quad N = \sigma \int_A dA; \quad N = \sigma \cdot A, \quad \text{откуда} \quad \sigma = \frac{N}{A}$$

**Закон Гука** – нормальное напряжение  $\sigma$  прямо пропорционально относительной линейной деформации  $\varepsilon$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$E$  – модуль упругости первого рода

$\varepsilon$  – относительная деформация

Подставив  $\sigma = \frac{N}{A}$  и  $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$ : получим иную форму записи закона Гука

$$\Delta \ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}$$

$E \cdot A$  – жесткость сечения при растяжении

**Модуль упругости** характеризует сопротивление материала деформированию растяжением (сжатием) в упругой области.

$E = 200$  ГПа – стали;

$E = 110$  ГПа – титановые сплавы;

$E = 100$  ГПа – медные сплавы;

$E = 70$  ГПа – алюминиевые сплавы.

## МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Основные прочностные и деформационные характеристики материалов, используемых в элементах конструкций, определяют экспериментально. Проводят испытания лабораторных образцов на растяжение, сжатие, срез, кручение, изгиб при статическом и циклическом нагружении, на воздухе и в агрессивных средах, при комнатной, высоких и низких температурах. Наиболее распространенным является испытание на растяжение статической нагрузкой, позволяющей определить большинство механических характеристик материала.

Стандартами предусмотрены образцы плоские и цилиндрические различной длины, размеров поперечного сечения и конструктивного исполнения. Судить лишь о механических свойствах материала, исключая особенности формы и размеров образца, позволяет диаграмма растяжения, представляемая в координатах  $\sigma - \varepsilon$ .

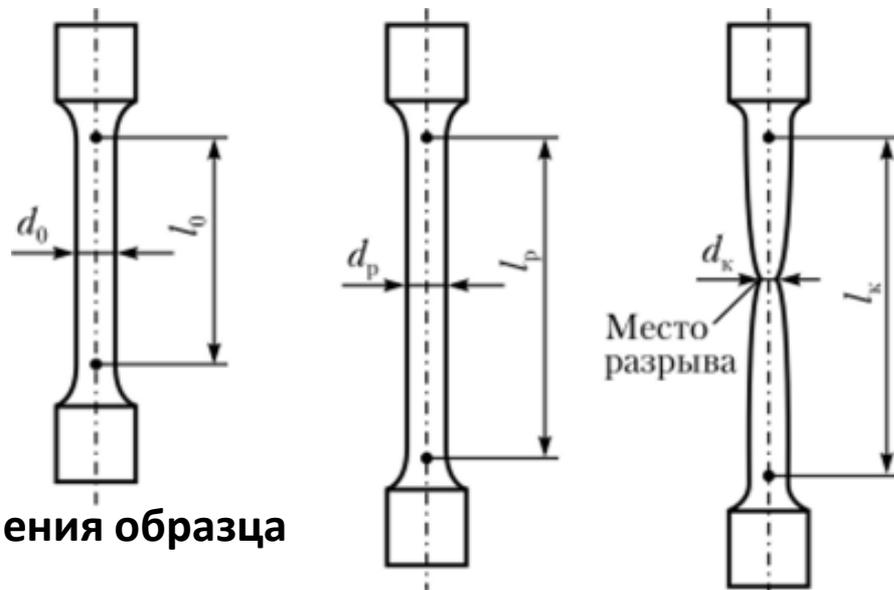
$$\sigma = \frac{N}{A_0}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$\sigma$  - условное напряжение

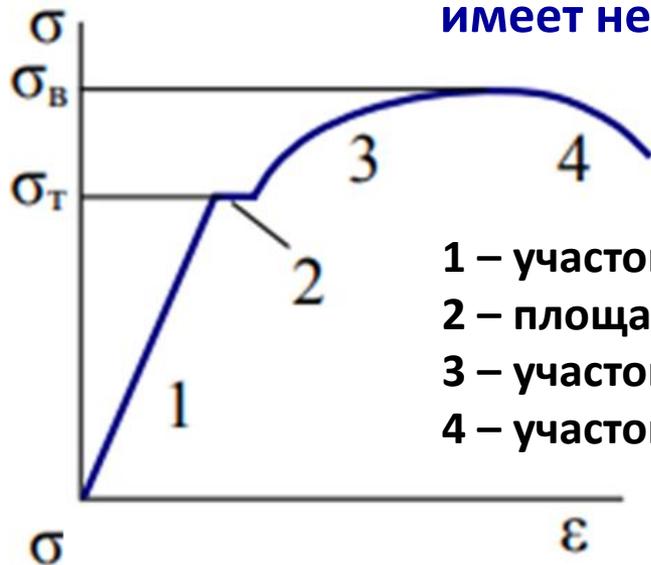
$\varepsilon$  - относительное удлинение

$l_0$  - начальная длина образца

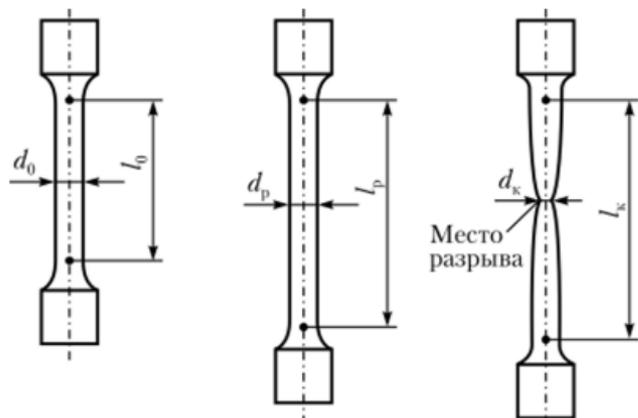
$A_0$  - начальная площадь поперечного сечения образца



## Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали имеет несколько характерных участков:



- 1 – участок упругих деформаций
- 2 – площадка текучести
- 3 – участок упрочнения
- 4 – участок образования шейки и разрушения



Диаграммы растяжения большинства конструкционных металлов: легированных и углеродистых сталей в закаленном и нормализованном состоянии, цветных сплавов, полимеров и других материалов площадки текучести не имеют.

По результатам испытаний определяют характеристики прочности и пластичности



**Предел текучести** - напряжение, при котором образец деформируется при практически постоянной нагрузке

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}$$

**Временное сопротивление (предел прочности)** – напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, предшествующей разрыву образца

$$\sigma_B = \frac{F_B}{A_0}$$

**Пластичность** – способность материала получать большие пластические деформации без разрушения. Мерой пластичности являются относительное остаточное удлинение и относительное сужение.

**Ползучесть (последствие)** — медленная, происходящая с течением времени, деформация твёрдого тела под воздействием постоянной нагрузки или механического напряжения.

**Относительное удлинение после разрыва** – отношение приращения расчетной длины образца после разрушения к начальной расчетной длине выраженное в процентах.

$$\delta_K = \frac{l_K - l_0}{l_0} \cdot 100$$

Материалы условно подразделяют на пластичные ( $\delta_K > 5\%$ ) и хрупкие ( $\delta_K < 5\%$ )

**Относительное сужение после разрыва** – отношение разности начальной площади поперечного сечения и минимальной площади поперечного сечения после разрушения к начальной площади поперечного сечения образца, выраженное в процентах.

$$\psi = \frac{A_0 - A_K}{A_0} \cdot 100$$

Чем пластичнее материал, тем больше относительное удлинение и относительное сужение после разрыва.

# РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

## ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Основной задачей расчета конструкции на растяжение является обеспечение ее прочности в условиях эксплуатации.

**Условие прочности** – оценка прочности элемента конструкции, сводящаяся к сравнению расчетных напряжений с допускаемыми:

$$\sigma_P \leq [\sigma_P]$$

$$\sigma_C \leq [\sigma_C]$$

$\sigma_P$  и  $\sigma_C$  - наибольшие расчетные растягивающие и сжимающие напряжения  
 $[\sigma_P]$  и  $[\sigma_C]$  - допускаемые напряжения при растяжении и сжатии

**Допускаемое напряжение** – наибольшее напряжение, которое можно допустить в элементе конструкции при условии его безопасной, долговечной и надежной работы:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]}$$

$\sigma_{\text{пред}}$  - предельное напряжение - состояние, при котором конструкция перестает удовлетворять эксплуатационным требованиям; им могут быть предел текучести, предел прочности, предел выносливости, предел ползучести

$[n]$  - нормативный коэффициент запаса прочности

Для конструкций из пластичных материалов при определении допустимых напряжений используют предел текучести (рис. а). Это связано с тем, что в случае его превышения деформации резко возрастают при незначительном увеличении нагрузки и конструкция перестает удовлетворять условиям эксплуатации.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]}$$

$\sigma_T$  - предел текучести

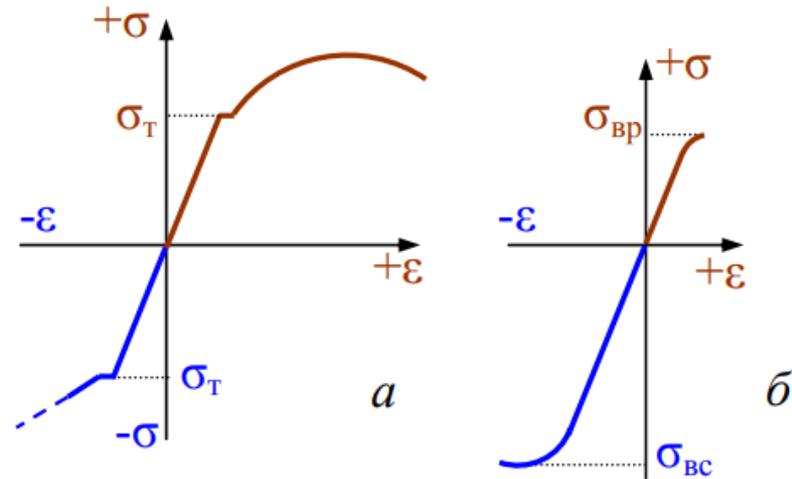
$[n]$  - нормативный коэф. запаса прочности

Допускаемые напряжения

для хрупких материалов (чугун, бетон, керамика)

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{вр}}{[n_B]}$$

$$[\sigma_c] = \frac{\sigma_{вс}}{[n_B]}$$



Диаграммы растяжения и сжатия пластичного (а) и хрупкого (б) материалов

В зависимости от той предельной характеристики, с которой сравнивают расчетное напряжение различают:

$[n_T]$  - нормативный коэффициент запаса прочности по отношению к пределу текучести

$[n_B]$  - нормативный коэффициент запаса прочности по отношению к пределу прочности

$\sigma_{вр}$  и  $\sigma_{вс}$  - пределы прочности при растяжении и сжатии (рис. а и б)

## Нормативные коэффициенты запаса прочности зависят:

- от класса конструкции (капитальная, временная),
- намечаемого срока эксплуатации,
- условий эксплуатации (радиация, коррозия, загнивание),
- вида нагружения (статическое, циклическое, ударные нагрузки)
- неточности задания величины внешних нагрузок,
- неточности расчетных схем и приближенности методов расчета
- и других факторов.

Нормативный коэффициент запаса прочности не может быть единым на все случаи жизни. В каждой отрасли сложились свои подходы, методы проектирования и приемы технологии.

## Нормативный коэффициент запаса прочности:

В строительстве –  $[n] = 2 - 5$

В машиностроении -  $[n_T] = 1,3 - 2,2$  – для пластичных материалов  
 $[n_B] = 3 - 5$  – для хрупких материалов

Вероятность выхода из строя приближенно можно оценить с помощью коэффициента запаса в условии прочности:

- $n = 1$  – соответствует вероятности **невыхода из строя** 50 %;
- $n = 1,2$  – соответствует вероятности **невыхода из строя** 90 %;
- $n = 1,5$  – соответствует вероятности **невыхода из строя** 99 %;
- $n = 2$  – соответствует вероятности **невыхода из строя** 99,9 %.

При расчете конструкций на прочность встречаются три типа задач, которые используют условие прочности:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$$

### 1. Поверочный расчет (проверка прочности)

Известны внутреннее усилие  $N$  и площадь  $A$ .

Вычисляют  $\sigma = \frac{N}{A}$

Сравнивают с предельным  $\sigma_T$  или  $\sigma_B$   
(для пластичного и хрупкого материалов, соответственно)

находят фактический коэффициент запаса прочности

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma}$$

$$n_B = \frac{\sigma_B}{\sigma}$$

который затем сопоставляют с нормативным  $[n]$

## 2. Проектный расчет (подбор сечения)

Известны внутреннее усилие  $N$  и допускаемое напряжение  $[\sigma]$

Определяют требуемую площадь поперечного сечения стержня

$$A \geq [A] = \frac{N}{[\sigma]}$$

## 3. Определение грузоподъемности (несущей способности)

Известны площадь  $A$  и допускаемое напряжение  $[\sigma]$

Вычисляют внутреннее усилие

$$N \leq [N] = A \cdot [\sigma]$$

а затем в соответствии со схемой нагружения – величину внешней нагрузки

$$F \leq [F]$$